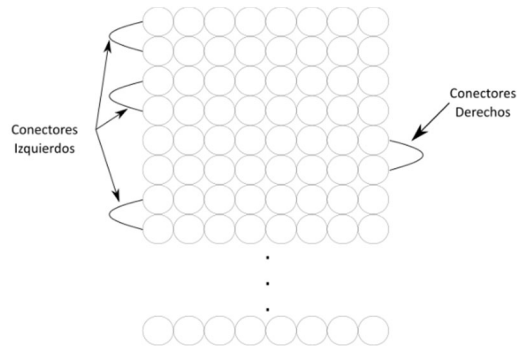


10º Concurso de Ciencias Básicas de la ANFEI  
Ronda eliminatoria de MATEMÁTICAS

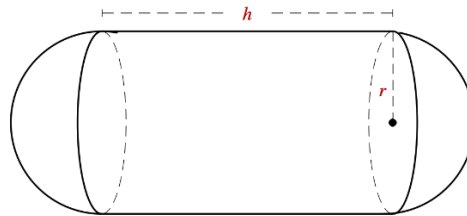
1. Con paneles de 10 filas de leds se construye un dispositivo como se muestra en la figura, cada dos filas de leds se coloca un cable de alimentación, se decide que después de dos conectores izquierdos se conecta uno por la derecha ¿cuántos paneles se conectan en total si tenemos 170 conectores derechos?



- a. 102  
b. 202  
c. 120  
d. 170
2. Un insecto pelotero se encuentra sometido a un campo de fuerzas  $F(x, y) = (2x + y^2, 3y - 4x)N$ , debido a las condiciones del terreno y desea recorrer la trayectoria cerrada formada por los segmentos de las curvas  $y = x^2, x = y^2$ , en metros. ¿Cuál es el trabajo total realizado por nuestro insecto?
- a.  $\frac{17}{15} J$   
b.  $\frac{18}{15} J$   
c.  $\frac{16}{15} J$   
d.  $\frac{19}{15} J$

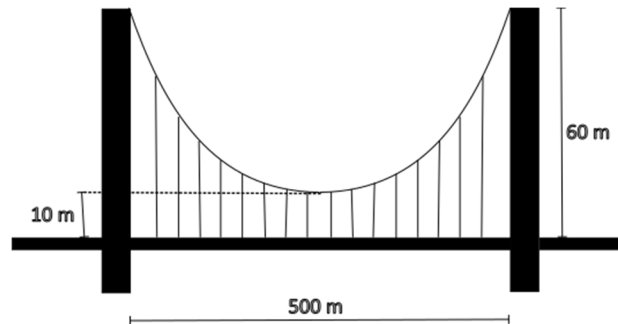
3. Se desea reemplazar las cuerdas de una lámpara colgante que tiene un peso de 50 kilogramos, las cuerdas por las que está suspendida dicha lámpara tienen la misma longitud y están anclados en los siguientes puntos  $A(-2, 0, 0)$ ,  $B(1, \sqrt{3}, 0)$  y  $C(1, b, 0)$ . La carga se encuentra colocada en el punto  $D(0, 0, -2\sqrt{3})$ . Si se dispone de 16 metros de cuerda ¿Qué valor de  $b$  debe considerarse en el punto  $C$  para que se cumplan las condiciones anteriores?
- a) Si es suficiente y el valor de  $b$  es  $-\sqrt{3}$
  - b) No es suficiente y el valor de  $b$  es  $-\sqrt{3}$
  - c) Si es suficiente y el valor de  $b$  es  $\sqrt{13}$
  - d) No es suficiente y el valor de  $b$  es  $\sqrt{13}$
4. Una empresa pretende comercializar bolsas de fertilizante para césped que contienen 25% de nitrógeno, 7% de ácido fosfórico, y 8% de potasio. La empresa tiene cuatro combinaciones químicas  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $C_4$  que se van a combinar para hacer el abono. El porcentaje de cada ingrediente en una libra de estos químicos se distribuye de la siguiente manera: para el  $C_1$  se utiliza 20% de Nitrógeno, 12% de ácido fosfórico y no se utiliza potasio; para el  $C_2$  se utiliza 25% de nitrógeno, 5% de ácido fosfórico y 5% de potasio; para el  $C_3$  se utiliza 6% de ácido fosfórico, 15% de potasio y no se utiliza nitrógeno; y por último para el  $C_4$  se utiliza 30% de nitrógeno, 7% de ácido fosfórico y 10% de potasio. ¿Cuál es la combinación empleada en mayor cantidad para lograr la mezcla deseada?
- a) El mayor porcentaje recae en la combinación 4
  - b) El mayor porcentaje recae en la combinación 3
  - c) El mayor porcentaje recae en la combinación 2
  - d) El mayor porcentaje recae en la combinación 1

5. En la modernización de un proceso químico, se pretende almacenar el gas que se utiliza en la fase inicial del proceso cerca de la línea de producción. Para llevar a cabo dicha implementación se construye un tanque de acero con la forma de un cilindro circular recto y semiesferas en los extremos. El costo por metro cuadrado de los extremos es el doble de la parte cilíndrica. Si el costo mínimo es de US\$ 121.327. Si se logra construir el tanque con una capacidad deseada de  $20\pi \text{ m}^3$  teniendo en consideración ese presupuesto ¿cuál sería la longitud total del tanque?

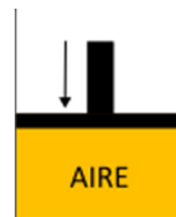


- a) La longitud total es 9.324 m
- b) La longitud total es 7.398 m
- c) La longitud total es 6.366 m
- d) La longitud total es 13.986 m

6. La distancia que debe existir entre dos pilotes de un puente es de  $500\text{ m}$ , la altura de cada pilote a partir de la Carretera es de  $60\text{ m}$  y la altura mínima del cable a la Carretera es de  $10\text{ m}$ , para cumplir con las especificaciones requeridas de construcción se necesita que la forma del cable sea parabólica, si el viento circula a una rapidez de  $20\text{ km/h}$  ¿Qué volumen de aire circula bajo el cable en una hora?



- a.  $2.67 \times 10^8\text{ m}^3$   
 b.  $1.67 \times 10^8\text{ m}^3$   
 c.  $1.2 \times 10^8\text{ m}^3$   
 d.  $2.87 \times 10^8\text{ m}^3$
7. Un contenedor-hermético confina  $1\text{ kg}$  de aire con una presión de  $150\text{ Kpa}$  a una temperatura de  $15^\circ\text{C}$ . El aire se comprime mediante un embolo hasta una presión final de  $550\text{ Kpa}$  (ver figura). Se transfiere calor a través de la pared del contenedor al medio ambiente para que el sistema sea isotérmico. El trabajo que se realiza sobre el sistema es:

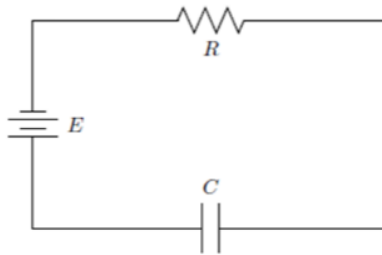


- a.  $107.446\text{ KJ}$   
 b.  $-107.446\text{ KJ}$   
 c.  $15.51\text{ KJ}$   
 d.  $-15.51\text{ KJ}$

8. Se desea maquinar una tapa ciega redonda por medio de una máquina CNC para un filtro, generando un sólido de revolución en la máquina utilizada, al rotar la curva la función es  $y = f(x)$ , alrededor del eje de las abscisas, donde  $f(x) \geq 0$  para  $x \geq 0$ . Si el volumen generado por la parte de la curva desde  $x = 0$  hasta  $x = b$ , es igual a  $b^2$  para toda  $b > 0$ , ¿cuál será la función  $f(x)$  correspondiente para cada  $b$ ?

- a.  $f(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$
- b.  $f(x) = \sqrt{\frac{2x}{\pi}}$
- c.  $f(x) = \sqrt{\frac{\pi}{x}}$
- d.  $f(x) = \sqrt{\frac{2\pi}{x}}$

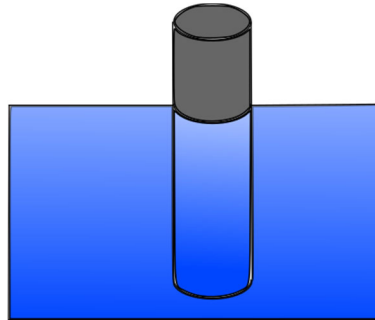
9. Un circuito  $RC$  ha estado largo tiempo desconectado cuando es encendido por una fuente de corriente directa  $E = 12V$ . Consideremos una capacitancia  $C = 4700 \mu F$  y una resistencia  $R = 2.2 K\Omega$  tal como se ilustra en la figura. Determina la corriente  $i$  en el circuito al tiempo  $10 s$ .



- a)  $2.07 mA$
- b)  $5.449 mA$
- c)  $0 mA$
- d)  $2.018 mA$

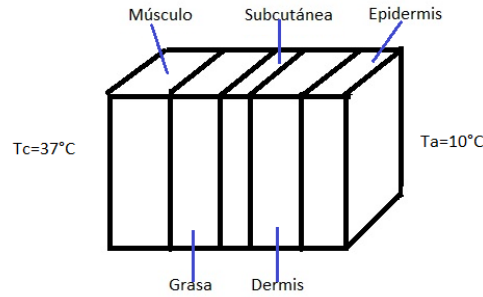
10. Se tiene una boya cilíndrica que es depositada en el mar para delimitar el paso de las embarcaciones. En condiciones de equilibrio un tercio de ella asoma por encima de la superficie del líquido. Siendo la altura del artefacto de  $2\text{ m}$  y su diámetro de  $60\text{ cm}$ . Si se presiona la boya hasta que su cara superior queda exactamente al nivel del líquido y luego se suelta entonces ¿qué altura sobresale del agua tras 5 segundos después de haber sido liberada?

Despreciar los efectos de rozamiento, considerar que la dirección y es la vertical y que en cada instante (después de que cesa la presión sobre ella) actúan la fuerza de empuje y el peso.



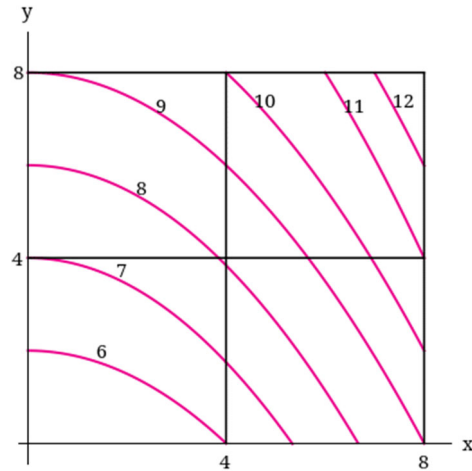
- a.  $30.42\text{ cm}$   
 b.  $36.25\text{ cm}$   
 c.  $0\text{ cm}$   
 d.  $31.47\text{ cm}$
11. Si se sabe que un sonido con frecuencia  $f_s$  se produce por una fuente viajera que se mueve a una velocidad de  $v_s$ . Si un observador viaja con una velocidad  $v_o$  a lo largo de la misma línea y acercándose a la fuente, entonces la frecuencia que percibe es de  $f_o = \frac{c+v_o}{c-v_s} f_s$  donde  $c$  es la velocidad del sonido  $332\text{ m/s}$ .
- Al interior de una mina subterránea los vagones de tren se mueven a lo largo de vías paralelas. Supón que en algún momento específico te encuentras en un vagón que viaja a  $40\text{ m/s}$  y con una aceleración de  $1.8\text{ m/s}^2$ , mientras que otro vagón se aproxima al tuyo a una velocidad de  $46\text{ m/s}$  y con una aceleración de  $0.3\text{ m/s}^2$ , sonando una sirena con una frecuencia de  $425\text{ Hz}$ . ¿Qué tan rápido está cambiando la frecuencia observada en ese instante de tiempo?
- a.  $3.25\text{ Hz/s}$   
 b.  $552.8\text{ Hz}$   
 c. La frecuencia percibida es constante  
 d.  $3.18\text{ Hz/s}$

12. Como caso de estudio se realiza un análisis de la velocidad de transferencia de calor a través de las distintas capas de la piel. Se considera que esta transferencia por conductividad es constante y se puede calcular como  $P = \frac{kA\Delta T}{L}$ , donde  $k$  es la conductividad térmica del material,  $A$  es el área de contacto y  $L$  es el espesor de la capa de piel. La transferencia de energía entre la epidermis y el aire es por procesos convectivos y se puede calcular como  $P = hLT$  donde  $h$  es el coeficiente de transferencia de calor. Cada una de las temperaturas entre capas es desconocida, establece una matriz aumentada que represente el sistema de ecuaciones.

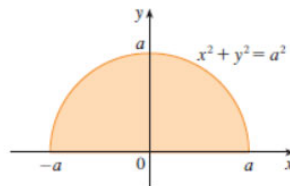


$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \begin{bmatrix} k_g L_m + k_m L_g & -k_g L_m & 0 & 0 & 0 \\ -k_g L_s & k_s L_g + k_g L_s & -k_s L_g & 0 & 0 \\ 0 & -k_s L_d & k_d L_s + k_s L_d & -k_d L_s & 0 \\ 0 & 0 & -k_d L_e & k_e L_d + k_d L_e & -k_e L_d \\ 0 & 0 & 0 & -k_e & h_a L_e + k_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_g k_m T_c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ h_a L_e T_a \end{bmatrix} \\
 \text{b)} \quad & \begin{bmatrix} k_g L_m + k_m L_g & -k_g L_m & 0 & 0 & 0 \\ -k_g L_s & k_s L_g + k_g L_s & -k_s L_g & 0 & 0 \\ 0 & -k_s L_d & k_d L_s + k_s L_d & -k_d L_s & 0 \\ 0 & 0 & -k_d L_e & -k_e L_d & k_e L_d + k_d L_e \\ 0 & 0 & 0 & -k_e & h_a L_e + k_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_g k_m T_c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ h_a L_e T_a \end{bmatrix} \\
 \text{c)} \quad & \begin{bmatrix} k_g L_m + k_m L_g & -k_g L_m & 0 & 0 & 0 \\ -k_g L_s & k_s L_g + k_g L_s & -k_s L_g & 0 & 0 \\ 0 & -k_s L_d & k_d L_s + k_s L_d & -k_d L_s & 0 \\ 0 & 0 & -k_d L_e & k_e L_d + k_d L_e & -k_e L_d \\ 0 & 0 & 0 & -k_e & h_a L_e + k_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_a L_e T_a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ L_g k_m T_c \end{bmatrix} \\
 \text{d)} \quad & \begin{bmatrix} -k_g L_m & k_m L_g + k_g L_m & 0 & 0 & 0 \\ -k_g L_s & k_s L_g + k_g L_s & -k_s L_g & 0 & 0 \\ 0 & -k_s L_d & k_d L_s + k_s L_d & -k_d L_s & 0 \\ 0 & 0 & -k_d L_e & k_e L_d + k_d L_e & -k_e L_d \\ 0 & 0 & 0 & -k_e & h_a L_e + k_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_a L_e T_a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ L_g k_m T_c \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

13. Las curvas de nivel de una función  $f$  en la región  $R = [0,8] \times [0,8]$  se muestran en la siguiente figura. Haciendo uso de ella aproxima  $\iint_R f(x, y) dA$



- a) 528  
b) 87  
c) 216  
d) 512
14. La densidad en cualquier punto de una lámina semicircular de radio  $a$  es proporcional a la distancia desde el centro del círculo. Identifica donde se encuentra el centro de masa de la lámina.



- a)  $(0, \frac{3a}{2\pi})$   
b)  $(0,0)$   
c)  $(0, \frac{3\pi}{2a})$   
d)  $(0, \frac{2a}{3\pi})$

15. La ecuación parametrizada del movimiento de una partícula que se mueve en un plano  $OXY$ , viene dada en el SI por:  $\vec{r} = \langle 2t + 1, \frac{2}{3}(2t + 1)^{3/2} \rangle$ . Determine la ecuación que permite calcular la distancia recorrida en cualquier instante.

- a.  $s(t) = \frac{4\sqrt{2}}{3}((t + 1)^{3/2} - 1)$
- b.  $s(t) = \frac{4\sqrt{2}}{3}(t + 1)^{3/2}$
- c.  $s(t) = \frac{2\sqrt{2}}{3}((2t + 1)^{3/2} - 1)$
- d.  $s(t) = \frac{2\sqrt{2}}{3}(t + 1)^{3/2}$

16. Una partícula se mueve sobre una trayectoria plana, cuya ecuación expresada en el SI es:  $y = x^2 + 1$ ; para  $x = 1 \text{ m}$  se tiene  $v_y = 3 \text{ m/s}$ . Calcular el vector velocidad en ese momento.

- a.  $\vec{v} = \langle 1.5, 3 \rangle \text{ m/s}$
- b.  $\vec{v} = \langle -1.5, 3 \rangle \text{ m/s}$
- c.  $\vec{v} = \langle 2, 3 \rangle \text{ m/s}$
- d.  $\vec{v} = \langle -2, 3 \rangle \text{ m/s}$

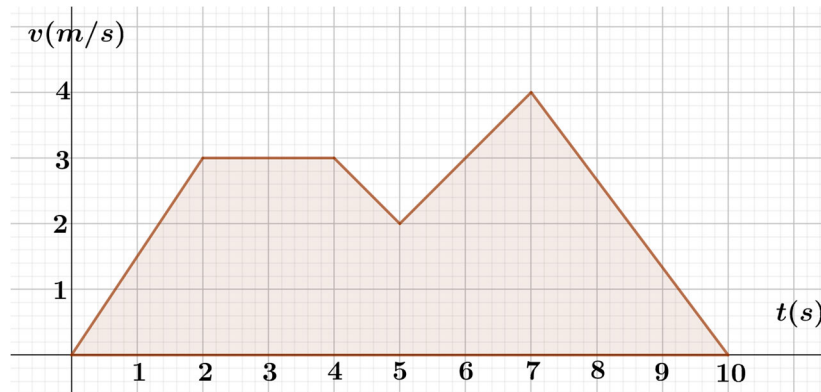
17. Se construye una alberca cuyo contorno se describe mediante la curva

$$((8 - 8\sin\theta)\cos(\theta), (10 - 10\sin(\theta))\sin(\theta))$$

¿Cuáles son las dimensiones mínimas de un jardín rectangular que la puede contener?

- a. Alto=22.5 m y ancho=20.785 m
- b. Alto=10 m y ancho=8 m
- c. Alto=10.5 m y ancho= 8.785 m
- d. Alto= 22 m y ancho= 20 m

18. La rapidez de un móvil que parte del origen y se mueve en línea recta, está determinada por la siguiente gráfica. ¿Cuál es la posición en  $t = 8$ ?



- a.  $d = \frac{125}{6} m$
- b.  $d = 64 m$
- c.  $d = \frac{349}{6} m$
- d.  $d = \frac{304}{6} m$